Campionati Internazionali di Giochi Matematici Quarti di finale online 2022 5 marzo 2022 Soluzioni

Ronny Montagnani

22 marzo 2022

Ver: 1.0

Questiti per categorie

- cat C1: quesiti da 1 a 8
- cat C2: quesiti da 5 a 12
- cat L1: quesiti da 7 a 14
- cat L2: quesiti da 9 a 16
- cat GP: quesiti da 7 a 16

1 Lo sviluppo delle ninfee

La risposta è **19**.
Ogni giorno le ninfee raddoppiano la superficie occupata. Questa crescita, vista al contrario, ci dice che le ninfee occupano ogni giorno la metà dello spazio che occuperanno il giorno successivo. Visto che lo stagno viene occupato completamente dalle ninfee il ventesimo giorno, allora il giorno precedente, cioè il diciannovesimo, era coperto per metà.

2 Che golosa!

La risposta è **7** barattoli.

2.1 soluzione 1

E' possibile arrivare velocemente alla soluzione per tentativi sommando i cioccolatini che Liliana prende dai vari barattoli.
Per il conteggio dobbiamo considerare che Liliana preleva due volte da ogni barattolo eccetto che per l'ultimo, quindi per esempio se i barattoli presenti sono più di uno allora preleva 2×2 cioccolatini dal primo barattolo, se i barattoli sono più di 2 allora Liliana preleva anche 4×2 cioccolatini dal secondo barattolo, e così via.
Costruiamo una lista di calcoli dove ad ogni passo verifichiamo il risultato per un certo numero di barattoli:

1 barattolo 2 cioccolatini

2 barattoli 4 cioccolatini da primo barattolo + 4 dal secondo = 8

3 barattoli 4 cioccolatini da primo barattolo + 8 dal secondo + 6 dal terzo = 18

4 barattoli 24 cioccolatini dai primi 3 barattoli (4+8+12) + 8 dal quarto = 32

5 barattoli 40 cioccolatini dai primi 4 barattoli (4+8+12+16) + 10 dal quarto = 50

6 barattoli 64 cioccolatini dai primi 5 barattoli (4+8+12+16+20) + 12 dal quarto = 72

7 barattoli 84 cioccolatini dai primi 6 barattoli (4+8+12+16+20+24) + 14 dal quarto = 98

2.2 soluzione 2

Procediamo ricavando una formula che ci indica il numero di cioccolatini presi da Liliana in funzione del numero n di barattoli presenti nella pasticceria.
Indichiamo con 1 il primo barattolo, 2 il secondo e così via fino all'ultimo n.
Liliana prende i cioccolatini due volte dai primi $(n-1)$ barattoli ed una sola volta dal barattolo n. Il totale dei cioccolati presi da Liliana è:

$$
\begin{gathered}
2 \cdot (2 + 4 + ... + 2 \cdot (n-1)) + 2n = \\
2 \cdot 2 \cdot (1 + 2 + ... + (n-1)) + 2n = \\
4\frac{(n-1)n}{2} + 2n = \\
2n^2 - 2n + 2n = 2n^2
\end{gathered}
$$

Abbiamo utilizzato la nota formula per cui la somma dei numeri interi da 1 a k:

$$1 + 2 + ... + (k-1) + k = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

Da cui si ricava la somma dei numeri da 1 a (n-1):

$$1 + 2 + ... + (n-1) = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$

Calcoliamo ora per quale n la otteniamo 98 cioccolatini:

$$2n^2 = 98$$
$$n^2 = 49$$
$$n = 7$$

3 Giornate ecologiche

La risposta è **20** volontari.
Chiamiamo "1" la parte di spiaggia che un volontario pulisce in un giorno. Perciò 8 volontari puliscono "8" parti di spiaggia in un giorno. E quindi 8 volontari in 5 giorni puliscono $8 \times 5 = 40$ parti di spiaggia.
Ogni volontario in 2 giorni pulisce 2 parti di spiaggia, quindi per pulire tutta la spiaggia in due giorni occorrono $40 : 2 = 20$ volontari.

4 Pari per pari

La risposta è **25** numeri.
Cerchiamo di capire quali sono i numeri che soddisfano la richiesta, cioè che possono essere calcolati come il prodotto di due numeri pari.
Un numero pari per definizione è divisibile per 2. Potremmo anche dire che la sua scomposizione in fattori primi contiene almeno un fattore 2.
Da questo di deduce che il prodotto di due numeri pari contiene almeno due fattori 2 e quindi è un multiplo di 4.
Se chiamiamo i due numeri pari "a" e "b", avremo che entrambi saranno scomponibili nel prodotto di 2 per un altro numero intero:

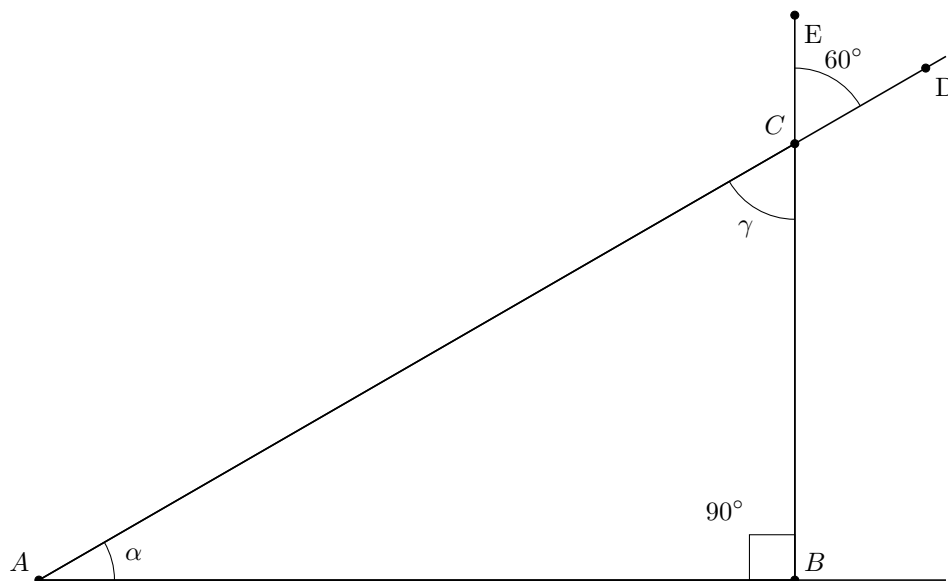
$a = 2 \cdot h$
$b = 2 \cdot k$

Sviluppando il prodotto:

$a \cdot b = 2 \cdot 2 \cdot h \cdot k = 4 \cdot h \cdot k$

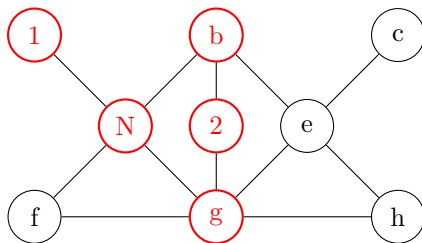
otteniamo appunto un fattore 4 moltiplicato per un'altra parte intera. I multipli di 4 tra 1 e 100 sono 100 : 4 = 25.

5 Un angolo greco

La risposta è **30** gradi.

L'angolo $\angle ACB$, che abbiamo chiamato γ, è opposto al vertice rispetto all'angolo $\angle DCE$ e quiondi ha la stessa ampiezza, cioè 60° gradi.
Visto che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° gradi possiamo ricavare l'ampiezza dell'angolo α:

$$\alpha = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$$

6 La somma dell'anno

La risposta è **10**.
Per semplificare la descrizione della soluzione diamo un nome ai vari cerchietti che compongono la figura:

Analizziamo cosa succede nelle due file evidenziate in rosso: la somma dei 3 numeri che le compongono è per entrambe 22 ed inoltre esse condividono un numero in posizione g. Questo ci permette di dedurre che in posizione b ci sarà un numero uguale ad $N-1$, in quanto:

$$\begin{cases} N+1+g=22 \\ b+2+g=22 \end{cases}$$
$$N+1=b+2$$
$$b=N-1$$

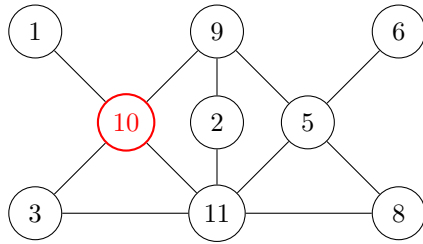
Visto che la somma di f, N e b è sempre 22, abbiamo che N non può essere più grande di 11 altrimenti abbiamo (esempio con N=12):

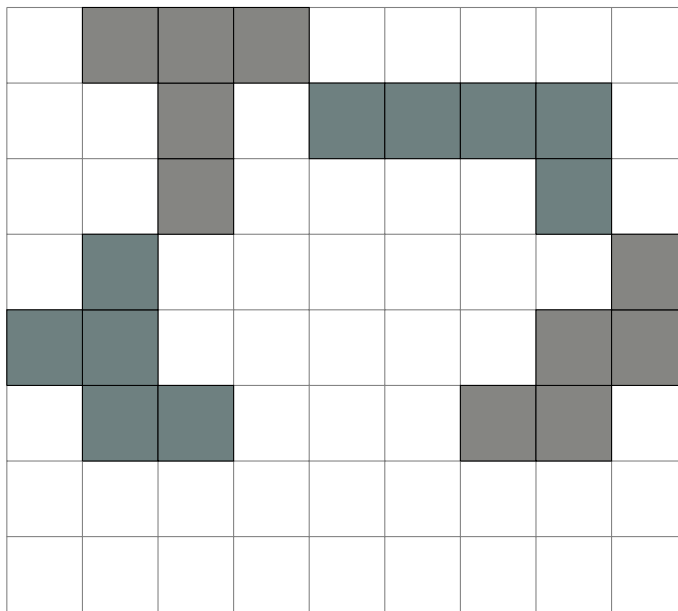
$$N=12$$
$$b=N-1=11$$
$$N+b+f=23+f$$

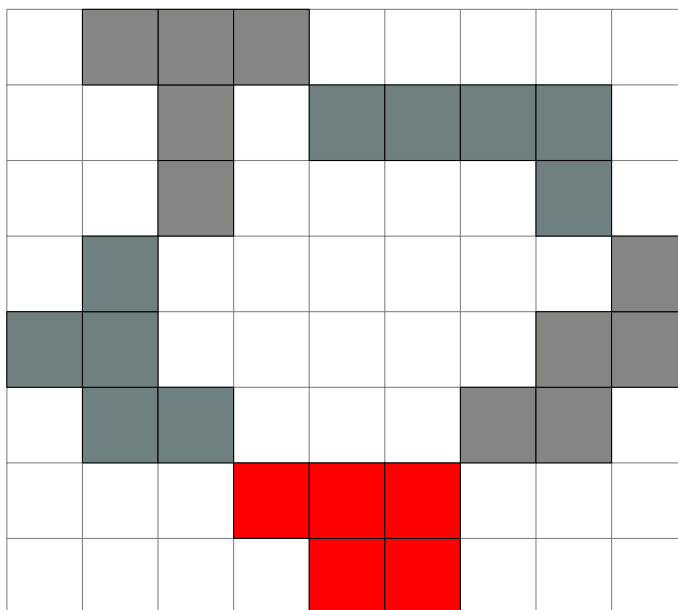
cioè la somma supera sicuramente 22.

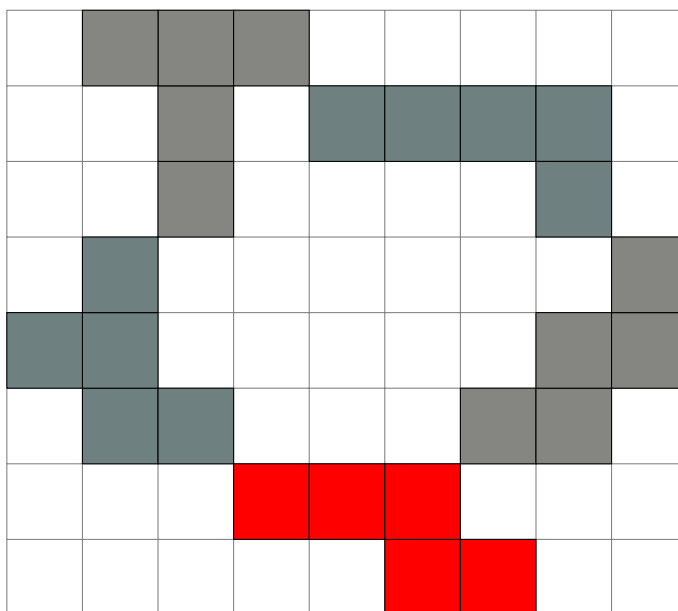
Inoltre N non può essere neppure troppo piccolo altrimenti crescono troppo i valori di f e g e quindi il totale della linea "$f-g-h$". Non funzionano i valori di N minori di 8, per esempio per $N=7$: calcoliamo il valore di f tramite la linea "$f-N-B$" e poi g tramite la linea "$1-N-g$":

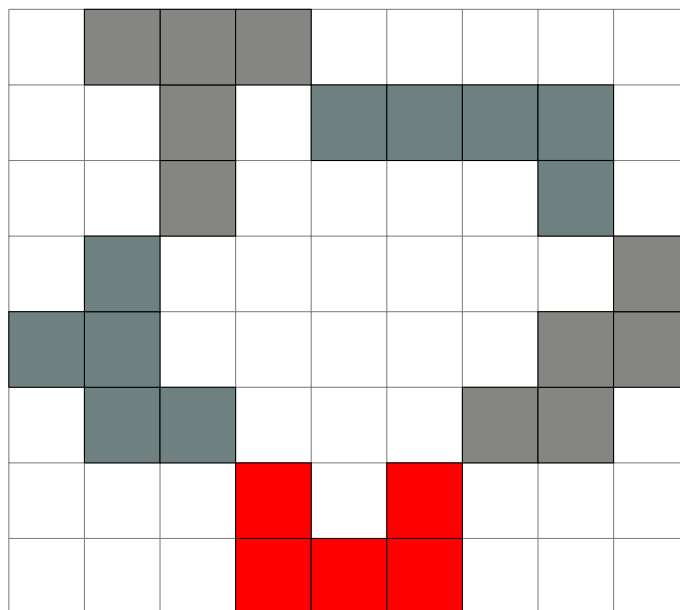
$$N=7$$
$$b=N-1=6$$
$$f=22-N-b=22-7-6=9$$
$$g=22-1-N=20-7=13$$
$$22=f+g+h=9+13+h=22+h$$

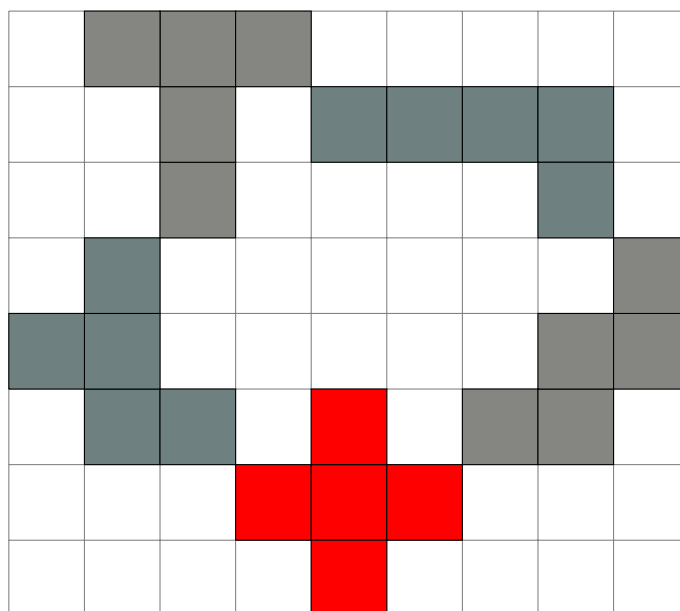
Quindi h dovrebbe valere 0.
Procedendo per tentativi sui valori di N compresi tra 8 ed 11 ricaviamo che 10 permette di completare lo schema correttamente:

7 I pentamini

La risposta è: il pentamino **6**.

Osservando la forma degli otto pentamini ci accorgiamo che solo alcuni possono essere inseriti nel quadrato in modo che chiudano il recinto e che si tocchino con gli altri pentamini presenti solo nei vertici. I pentamini utilizzabili sono il numero 2, il numero 3, il numero 6 e il numero 8. Proviamo ad utilizzarli per chiudere il recinto e vediamo quale ci permette di ottenere la superficie maggiore.

Usando il pentamino 2:

Otteniamo un'area di 19 quadretti.

Usando il pentamino 3

Otteniamo ancora un'area di 19 quadretti.

Usando il pentamino 6

Otteniamo un'area di 20 quadretti.

Usando il pentamino 8

Otteniamo un'area di 18 quadretti.

Il pentamino 6 è quello che permette di chiudere il recinto ed avere la superficie più grande.

8 Una coppia che divide

La risposta è **67**.
99 è scomponibile come 9×11. La divisibilità per 99 quindi comporta la divisibilità sia per 9 che per 11. La divisibilità per 9 richiede che la somma delle cifre che compongono il numero sià un multiplo di 9. Nel nostro caso abbiamo che:

$$A + B + 3 + 2 = A + B + 5 = 9 \text{ oppure } 18 \quad A + B = 4 \text{ oppure } 13$$

Un numero invece è divisibile per 11 quando la differenza tra la somma delle cifre in posizione pari e la somma delle cifre in posizione dispari è un multiplo di 11 (anche 0 quindi). Per il nostro numero abbiamo:

$$A + 3 = B + 2 \quad A = B - 1$$

Uniamo le due condizioni e proviamo prima il caso $A + B = 4$:

$$\begin{cases} A + B = 4 \\ A = B - 1 \end{cases}$$

$$B - 1 + B = 4$$
$$2B = 5$$

Che ci porta ad un B non accettabile in quanto non intero.

Proviamo il caso $A + B = 13$:

$$\begin{cases} A + B = 13 \\ A = B - 1 \end{cases}$$

$$B - 1 + B = 13$$
$$2B = 14$$

$$\begin{cases} B = 7 \\ A = B - 1 = 6 \end{cases}$$

Abbiamo ricavato il numero 6732 che infatti è divisibile per 99. AB corrisponde a 67.

9 Il multiplo dell'anno

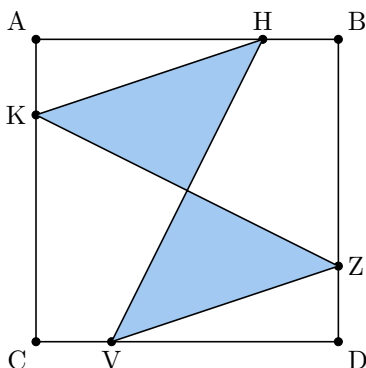
La risposta è **216354**.
Visto che il numero che dobbiamo trovare deve essere minore di 222.022 allora proviamo ragionevolmente ad ipotizzare di usare la cifra 2 come centinaia di migliaia e la cifra 1 come decine di migliaia per massimizzare il risultato. Queste sono infatti le due cifre più alte che possiamo mettere in quelle posizioni. Il massimo numero che possiamo scrivere utilizzando le cifre rimaste è: 216543.

Calcoliamo il multiplo di 2022 più vicino tramite la divisione intera:

$$216453 : 2022 = 107 \text{ resto } 189$$
$$2022 \times 107 = 216354$$

Fortunatamente abbiamo ottenuto al primo colpo un numero composto dalle 6 cifre dei gettoni come richiesto dal problema. Il numero 216354 è quindi il più grande multiplo di 2022 inferiore a 216543, che è il più grande numero che si possa scrivere con le 6 cifre date.
Un altro tentativo possibile era partire da un facile multiplo, cioè $2022 \times 100 = 202200$ e valutare tutti i multipli superiori sommando ripetutamente 2022. In pochi passaggi avremmo trovato che solo 216354 soddisfa le condizioni richieste.

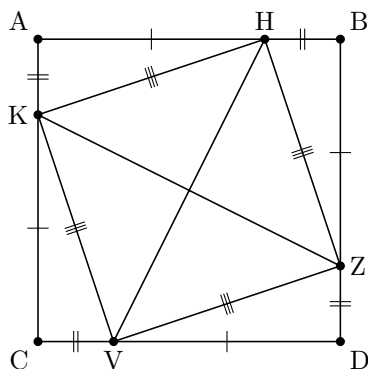
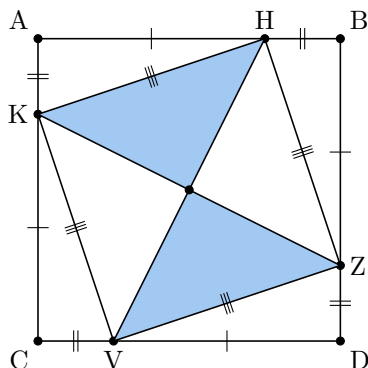
10 Triangoli e quadrati

La risposta è **5** cm^2.

Dall'area del quadrato (16 cm^2) ricaviamo che la lunghezza dei lati AB, DB, DC, CA è $\sqrt{16} = 4$. Inoltre l'informazione $AH = 3HB$ ci permette di calcolare:

$$AB = 4 = AH + HB$$
$$4 = 3HB + HB = 4HB$$
$$HB = 1$$
$$AH = 3$$

Inoltre dato che $AH = VD = KC = BZ$ allora abbiamo anche che vale $AK = HB = ZD = VC$. In particolare abbiamo che $AK = ZD$ e $AH = VD$. Quindi i triangoli rettangoli ZDV e KAH sono congruenti in quanto sono congruenti i loro cateti.
L'area di questi due triangoli è:

$$\frac{AH \cdot AK}{2} = \frac{3}{2}$$

Tracciando i segmenti HZ e KV otteniamo altri 2 triangoli HZB e VCK congruenti a ZDV e KAH.

Le 4 ipotenuse di questi triangoli sono i lati del quadrilatero KHZV che avendo 4 lati congruenti è almeno un rombo. Dalla congruenza degli angoli dei 4 triangoli ricaviamo facilmente che anche gli angoli del quadrilatero KHZV sono tutti tra loro congruenti e quindi, come si intuiva dalla simmetria della figura, esso è un quadrato.
I segmenti KZ e HV sono perciò le diagonali di un quadrato, che sappiamo incontrarsi nel centro e dividersi in due segmenti congruenti e che perciò dividono il quadrato in 4 triangoli rettangoli congruenti:

L'area della parte scura è quindi la metà dell'area del quadrato KHZV.
Calcoliamo il lato del quadrato, cioè l'ipotenusa del triangolo KAH:

$$KH = \sqrt{AH^2 + AK^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}cm$$

L'area del quadrato KHZV vale $\sqrt{10}^2 = 10cm^2$ L'area della parte scura è $10 : 2 = 5cm$.

L'area del quadrato KHZV poteva essere calcolata anche come differenza tra l'area del quadrato ABDC, che sappiamo essere $16cm^2$, e le aree dei 4 triangoli KAH, HBZ, ZDV e VCK che abbiamo calcolato essere $\frac{3}{2}cm^2$:

Area KHZV $= 16 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 10cm^2$.

11 Una catena di quadrati

La risposta è **12** quadrati.
Per risolvere il problema elenchiamo i quadrati di 3 cifre:

- 100, 121, 144, 169, 196
- 225, 256, 389
- 326, 361
- 400, 441, 484
- 529, 576
- 625, 676
- 729, 784
- 841
- 900, 961

Facciamo un parentesi sui valori che può assumere la cifra delle unità di un quadrato. Quando eseguiamo una moltiplicazione tra due numeri, la cifra delle unità del risultato dipende solo dalle cifre delle unità dei due fattori. Per esempio moltiplichiamo due numeri generici a e b mettendo in evidenza la loro cifra delle unità. Per farlo chiamiamo c tutte le cifre di a dalla decina a salire e d la sola cifra della unità. Per esempio se $a = 127$ allora $c = 12$ e $d = 7$.

$$a = 10 \cdot c + d$$
$$b = 10 \cdot e + f$$
$$a \cdot b = 100 \cdot c \cdot e + 10(c \cdot f + e \cdot d) + d \cdot f$$

Nel risultato del prodotto $a \cdot b$ gli addendi $100 \cdot c \cdot e + 10(c \cdot f + e \cdot d)$ sono moltiplicati per 10 e quindi intervengono solo nelle cifre superiori all'unità. Rimane solo l'addendo $d \cdot f$, cioè il prodotto dell'unità di a e b, a determinare l'unità del prodotto. Detto questo possiamo calcolare quali cifre può avere un quadrato a seconda della cifra delle unità dei fattori:

- $0^2 = 0$
- $1^2 = 1$
- $2^2 = 4$
- $3^2 = 9$
- $4^2 = 6$
- $5^2 = 5$

- $6^2 = 6$
- $7^2 = 9$
- $8^2 = 4$
- $9^2 = 1$

Abbiamo ricavato che un quadrato termina necessariamente con 0,1,4,9,6,5. Questo ci permette si semplificare l'analisi del problema visto i quadrati che non iniziano per 1,4,9,6,5 non possono essere successivi ad un altro quadrato nella sequenza di Manuela in quanto quest'ultimo può terminare solo con 0,1,4,9,6,5. La lista dei quadrati che possiamo usare come successivi ad un altro quadrato è:

- 100, 121, 144, 169, 196
- 400, 441, 484
- 529, 576
- 625, 676
- 900, 961

Osserviamo inoltre che 100, 400 e 900 possono essere usati nell'ultima posizione della sequenza in quanto terminano con 0 (il successivo numero dovrebbe iniziare con 0).
Rimangono questi 11 quadrati:

- 121, 144, 169, 196
- 441, 484
- 529, 576
- 625, 676
- 961

Teoricamente sembra che Manuela possa formare un sequenza lunga 13 numeri utilizzando questi 11 quadrati dalla seconda alla penultima posizione, e poi utilizzare uno degli altri nella prima e nell'ultima posizione.
Però quadrati che iniziano con la cifra "5" sono 2, mentre invece c'è un solo quadrato che termina con la cifra "5". Per utilizzare tutti i quadrati che iniziano con "5" allora dobbiamo posizionarne uno, per esempio il 529, in seconda posizione per farlo precedere da un quadrato non presente nella lista come 225, e poi utilizzare il 576 facendolo precedere da 625.
Lo stesso problema però lo abbiamo anche con i numeri che iniziano con "1" che sono 4 mentre ci son solo 3 quadrati che terminano con "1". Quindi Manuela

non può utilizzare tutti e quattro i numeri 121, 144, 169, 196. Il massimo teorico della lunghezza della sequenza diventa quindi 12.
Mostriamo una possibile sequenza lunga 12 numeri:
$225- > 576- > 676- > 625- > 529- > 961- > 121- > 144- > 484- > 441- > 169- > 900$

12 L'età di Renato

La risposta è **71** anni.
Iniziamo elencando i primi a due cifre e per ognuno mostriamo il numero ottenuto scambiando le cifre:

11 - 11: non va bene in quanto sono uguali

13 - 31

17 - 71

19 - 91: 91 non è primo

23 - 32: 32 non è primo

29 - 92: 92 non è primo

31 - 13

37 - 73

41 - 14: 14 non è primo

43 - 34: 34 non è primo

47 - 74: 74 non è primo

53 - 35: 35 non è primo

59 - 95: 95 non è primo

61 - 16: 16 non è primo

67 - 76: 76 non è primo

71 - 17

73 - 37

79 - 97

83 - 38: 38 non è primo

89 - 98: 98 non è primo

97 - 79

I numeri primi candidati come età di Renato sono:
13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97

Per ognuno calcoliamo la somma dei numeri primi minori uguali e controlliamo se questa è un suo multiplo:

13 - somma: 28

17 - somma: 41

31 - somma: 129

37 - somma: 160

71 - somma: 568 è un multiplo di 71

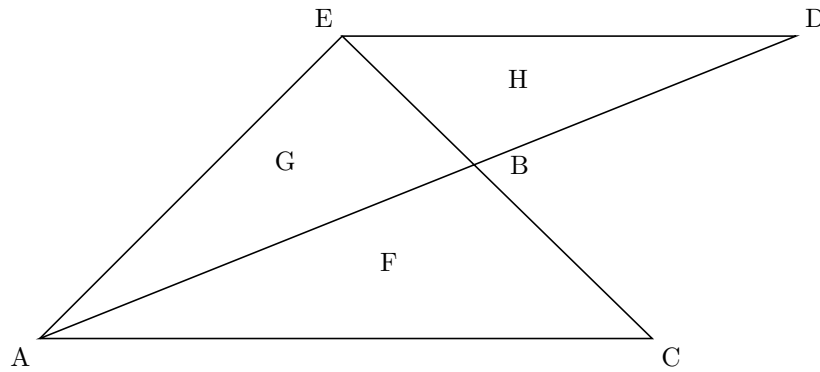
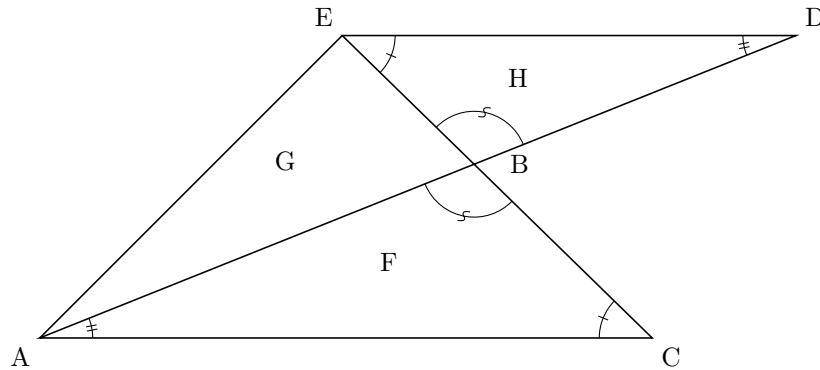
73 - somma: 639

79 - somma: 712

97 - somma: 963

Il numero 71 soddisfa le condizioni richieste per l'età di Renato: è primo, il numero 17 è anch'esso primo e la somma dei primi precedenti, 568, è multipla di 71 ($71 \cdot 8 = 568$).

13 Una suddivisione equa

La risposta è **81** m.
Partendo dalla figura dei due terreni aggiungiamo il segmento AE per mettere in evidenza anche il terreno triangolare ABE:

Per comodità abbiamo chiamato F l'area del terreno ABC, G l'area del terreno ABE e H l'area del terreno EBD.
L'angolo $\angle ACB$ è congruente all'angolo $\angle BED$ in quanto alterni interni (la retta passante per EC taglia le due rette parallele passanti per AC ed ED). Per lo stesso motivo sono congruenti anche gli angoli $\angle CAB$ e $\angle BDE$. Gli angoli $\angle ABC$ e $\angle EBD$ invece sono congruenti in quanto opposti al vertice.

Perciò i triangoli ABC e BDE sono simili e i rapporti tra grandezze corrispondenti di questi due triangoli sono tutti uguali. Chiamiamo questo rapporto di similitudine K. Se chiamiamo "b" una base di BDE e "h" l'altezza corrispondente abbiamo che la base di ABC è lunga $b \cdot K$ e l'altezza è lunga $h \cdot K$, da cui l'area di ABC, cioè F, vale:

$$A_{BDE} = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A_{ABC} = \frac{b \cdot K \cdot h \cdot K}{2} = K^2 \cdot A_{BDE}$$
$$F = K^2 \cdot H$$

Osserviamo che i i triangoli DBE e ABE hanno la stessa altezza, che possiamo chiamare t e perciò otteniamo una relazione tra le loro aree e i loro lati:

$$A_{DBE} = \frac{BD \cdot T}{2}$$
$$A_{ABE} = \frac{BA \cdot T}{2}$$
$$\frac{A_{ABE}}{A_{DBE}} = \frac{BA}{BD}$$

Ma il rapporto tra BA e BD è proprio il rapporto di similitudine che abbiamo chiamato K. Quindi otteniamo una seconda relazione tra le aree:

$$\frac{A_{ABE}}{A_{DBE}} = \frac{BA}{BD} = K$$
$$\frac{G}{H} = \frac{BA}{BD} = K$$
$$G = K \cdot H$$

La ripartizione di Amerigo inoltre ci permette di scrivere una terza relazione tra le aree:

$$A_{ABC} = A_{ADE} = A_{ABE} + A_{BDE}$$
$$F = G + H$$

Mettiamo a sistema le 3 relazioni ricavate:

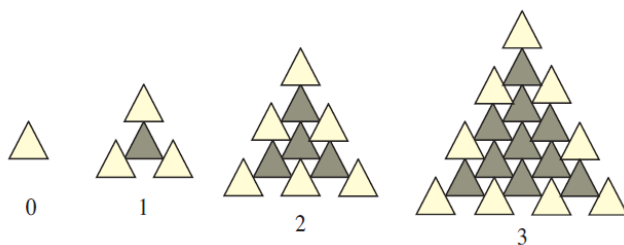
$$\begin{cases} F = G + H \\ F = K^2 \cdot H \\ G = K \cdot H \end{cases}$$
$$\begin{cases} H = F - G \\ F = K^2 \cdot H \\ G = K \cdot H \end{cases}$$
$$H = K^2 \cdot H - K \cdot H$$
$$K^2 \cdot H - K \cdot H - H = 0$$
$$K^2 - K - 1 = 0$$
$$K = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Sfruttando ancora la similitudine tra ACB e BDE abbiamo che $AC = K \cdot DE$. Essendo nota la lunghezza di DE possiamo calcolare AC:

$$AC = K \cdot DE$$
$$AC = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot 50$$
$$AC = 1,615 \cdot 50 = 80,75$$

L'intero più vicino a 80,75 è 81.

14 Una pavimentazione equilatera

La risposta è **760** triangoli.

La figura mostrata nel testo del problema mette in evidenza i triangoli aggiunti ad ogni tappa da Milena. Possiamo osservare che questi costituiscono una specie di cornice triangolare di $(n+1)$ triangolini, dove n è il numero di tappa.
Il numero di triangolini aggiunti ad ogni tappa (T_n) si può calcolare contando 3 volte i triangolini aggiunti in ogni lato, cioè $(n+1)$, e togliendo 3 in quanto altrimenti i triangolini ai vertici sarebbero contati 2 volte.

$$\begin{aligned} T_0 &= 1 \\ T_n &= (n+1) \times 3 - 3 = 3n \quad per\, n > 0 \end{aligned}$$

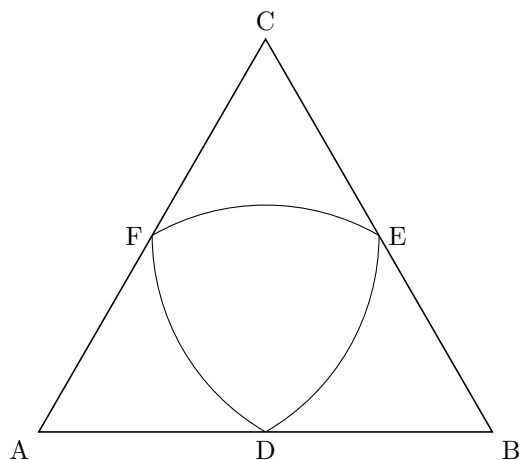
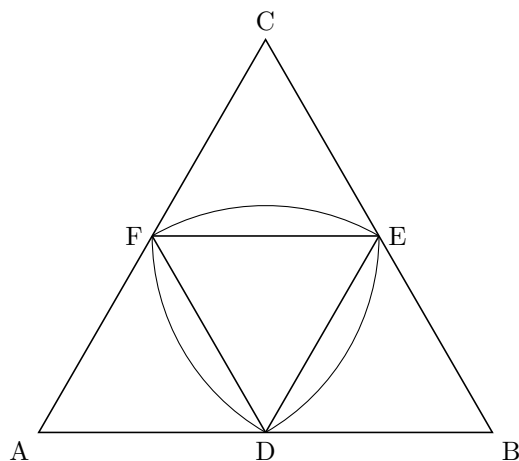
Possiamo ricavare il numero di triangoli incollati dopo la n-esima tappa sommando tutti quelli incollati dalla tappa 0 fino alla n:

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{i=0}^{n} T_n = T_0 + \sum_{i=1}^{n} 3n = 1 + 3\sum_{i=1}^{n} n = \\ S_n &= 1 + 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

Infine valutiamo questa somma per $n = 22$ in modo da avere il numero di triangolini incollati dopo la ventiduesima tappa:

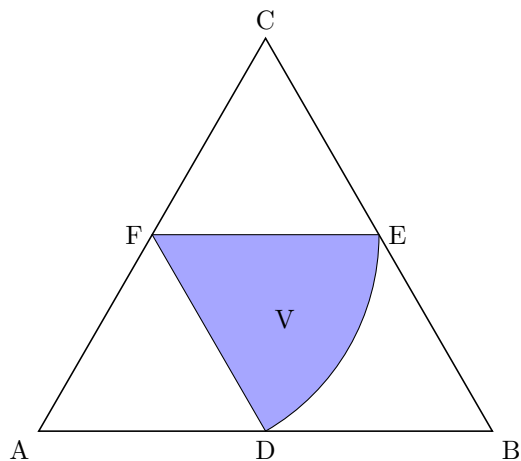
$$S_{22} = 1 + 3 \cdot \frac{22 \cdot 23}{2} = 760$$

15 La generosità di Nando

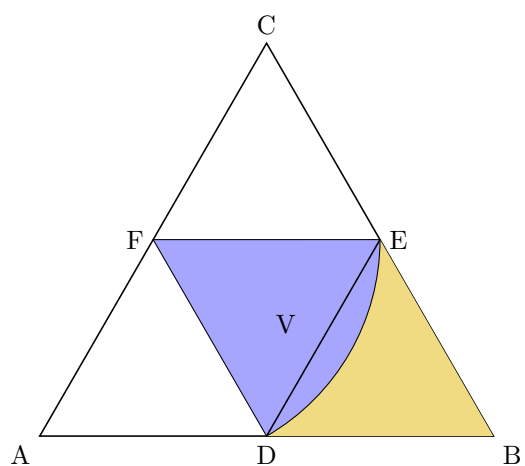
La risposta è **856** m^2.

Tracciamo i segmenti che congiungono i punti medi dei lati del triangolo:

Possiamo osservare che i 4 triangoli ADF, DBE, DEF ed FEC sono tutti congruenti tra loro. Infatti per il teorema dei punti medi di un triangolo, il segmento che collega i punti medi F ed E è parallelo al lato AB ed è congruente alla metà di esso. Da questo deriva che gli angoli $\angle DBE$ e $\angle FEC$ sono congruenti e che gli angoli $\angle DAF$ e $\angle EFC$ sono congruenti in quanto angoli corrispondenti delle due rette parallele passanti per AB e FE e tagliate dalla trasversale passante per CB. Inoltre i segmenti CE, EB, BD, DA, AF, ed FC sono congruenti in quanto metà dei lati. Tutti ciò dimostra la congruenza dei 4 triangoli.

Calcoliamo l'area di uno di questi 4 triangoli sapendo che il loro lato è lungo 50m e la indichiamola con T:

$$T = \frac{50 \cdot 50\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 1250\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Osserviamo che la zona indicata con V in figura è un settore circolare di ampiezza $\frac{1}{6}$ di un cerchio di raggio FE cioè 50 m.

L'area di V è

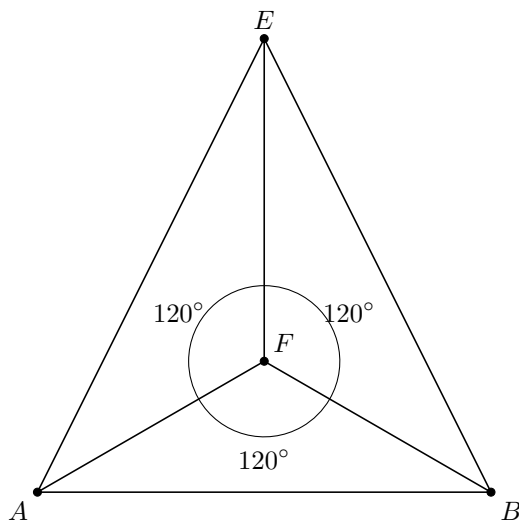
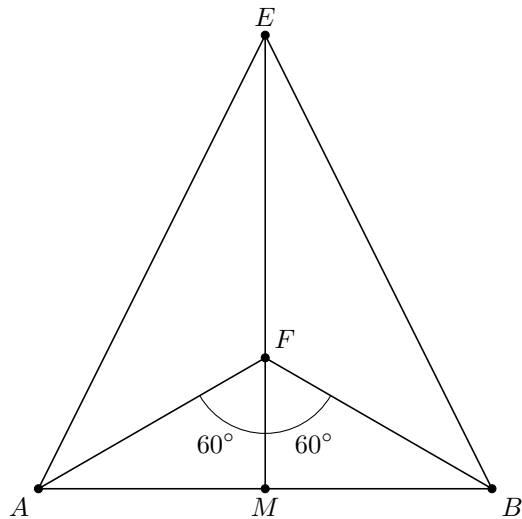
$$V = \frac{\pi \cdot 50^2}{6} = \frac{2500}{6}\pi$$

Come mostrato nella successiva figura, l'area di uno dei terreni (sono tutti congruenti) che Nando lascia ai figli, colorata in giallo, è data dalla differenza tra la somma delle aree dei triangoli FED e DEB, e l'area del settore circolare viola FED

che ora possiamo calcolare:

$$
\begin{gathered}
2T - V = 2 \cdot 1250\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2500}{6}\pi = \\
1250\sqrt{3} - \frac{1250}{3}\pi = \\
1250(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}) = \\
1250 \cdot (1,732 - \frac{3,1416}{3}) = \\
1250 \cdot 0,6848 = 856
\end{gathered}
$$

16 Lontano dagli amici

La risposta è **3732** m.

Il problema proposto chiede di trovare il cosidetto punto di Fermat del triangolo ABE (vedi https://it.wikipedia.org/wiki/Punto_di_Fermat), cioè il punto che minimizza la distanza complessiva da tutti e 3 i vertici.
Questo punto ha la caratteristica di formare 3 angoli di 120° tramite i segmenti che lo congiungono ai 3 vertici:

Nel nostro caso il triangolo è isoscele in quanto E è il punto medio di DC, perciò si trova verticalmente sopra al punto medio tra A e B. Data questa simmetria si individua facilmente la posizione del punto F mostrata nella precedente figura.
Tracciamo ora la mediana del triangolo ABF, anch'esso isoscele, e osserviamo che si creano dei triangoli rettangoli che corrispondono alla metà di una triangolo equilatero:

Il segmento AM è lungo 1000m, per cui dalle note proporzioni delle grandezze dei triangoli equilateri, il segmento AF è lungo $1000 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} m$ e il segmento FM è lungo $1000 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} m$. La distanza di F da E, cioè la lunghezza di FE, è $2000 - 1000 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} m$. La somma delle tre distanze dei punti A,E e B da F è:

$$FE = 2000 - 1000 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$FA = FB = 1000 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$\begin{aligned} FE + FA + FB &= 2000 - 1000 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2(1000 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}) \\ &= 2000 - 1000 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 1000 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \\ &= 2000 + 1000 \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \\ &= 2000 + \frac{3000}{\sqrt{3}} \\ &= 3732,101617 \end{aligned}$$

L'intero più vicino è 3732.